

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»**

**УТВЕРЖДЕНО**

**Директор физтех-школы  
прикладной математики и  
информатики**

**А.М. Райгородский**

	<b>Рабочая программа дисциплины (модуля)</b>
<b>по дисциплине:</b>	Решение гиперболических систем дифференциальных уравнений
<b>по направлению:</b>	Прикладная математика и информатика
<b>профиль подготовки:</b>	Прикладная математика и информатика Физтех-школа Прикладной Математики и Информатики кафедра анализа систем и решений
<b>курс:</b>	1
<b>квалификация:</b>	магистр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 2 (весенний) - Дифференцированный зачет

Аудиторных часов: 60 всего, в том числе:

лекции: 30 час.

семинары: 30 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 30 час.

Всего часов: 90, всего зач. ед.: 2

Количество контрольных работ, заданий: 1

Программу составил: А.Ю. Семенов, канд. физ.-мат. наук, доцент, доцент

Программа обсуждена на заседании кафедры анализа систем и решений 31.01.2025

## Аннотация

В курсе излагаются основные численные методы для решения сложных многомерных гиперболических систем уравнений:

- методы с выделением разрывов;
- методы решения стационарных уравнений газовой динамики;
- методы решения уравнения теории мелкой воды. Распад разрыва и метод Годунова. Методы Куранта-Изаксона-Риса, Лакса-Фридрихса и Роу;
- методы решения простейших моделей твердых деформируемых тел и уравнения динамики твердого деформируемого тела (ТДТ).

## 1. Цели и задачи

### Цель дисциплины

- дать студентам набор современных надежных и проверенных численных методик для решения сложных многомерных гиперболических систем уравнений.

### Задачи дисциплины

- научить применять методы для численного решения конкретных линейных и нелинейных гиперболических систем уравнений в частных производных, как одномерных, так и многомерных;
- формирование у студентов знаний в области современного численного моделирования гиперболических систем уравнений.

## 2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-3 Способен организовывать и руководить работой команды, вырабатывая командную стратегию для достижения поставленной цели	УК-3.1 Организует и координирует работу участников проекта, способствует конструктивному преодолению возникающих разногласий и конфликтов
	УК-3.2 Учитывает в своей социальной и профессиональной деятельности интересы, особенности поведения и мнения (включая критические) людей, с которыми работает/взаимодействует, в том числе посредством корректировки своих действий
	УК-3.3 Способен предвидеть результаты (последствия) как личных, так и коллективных действий
	УК-3.4 Способен планировать командную работу, распределять поручения членам команды, организовать обсуждение разных идей и мнений
ОПК-2 Способен совершенствовать и реализовывать новые математические методы решения прикладных задач	ОПК-2.1 Имеет представление о современном состоянии математических исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ОПК-2.2 Способен оценить актуальность и практическую значимость прикладных математических исследований в своей профессиональной области
	ОПК-2.3 Владеет профессиональной терминологией, используемой в современной научно-технической литературе, обладает навыками устного и письменного изложения результатов научной деятельности в рамках профессиональной коммуникации
ОПК-5 Имеет представление об актуальных проблемах науки и техники в области информатики и вычислительной техники,	ОПК-5.1 Имеет представление о современном состоянии исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ОПК-5.2 Способен оценивать актуальность исследований в области информатики и вычислительной техники и их практическую значимость

способен на научном языке формулировать профессиональные задачи	ОПК-5.3 Владеет профессиональной терминологией, используемой в современной научно-технической литературе, обладает навыками устного и письменного изложения результатов научной деятельности в рамках профессиональной коммуникации
ОПК-6 Способен выбирать и (или) разрабатывать подходы к решению типовых и новых задач в области информатики и вычислительной техники, учитывая особенности и ограничения различных методов решения	ОПК-6.1 Способен анализировать задачу, планировать пути решения, предлагать и комбинировать способы решения
	ОПК-6.2 Способен разрабатывать и модернизировать программное и аппаратное обеспечение информационных и автоматизированных систем
	ОПК-6.3 Способен использовать исследовательские методы при решении новых задач, применяя знания из различных областей науки (техники)
	ОПК-6.4 Владеет аналитическими и вычислительными методами решения, понимает и учитывает на практике границы применимости получаемых решений
	ОПК-6.5 Способен самостоятельно приобретать, развивать и применять математические, естественнонаучные, социально-экономические и профессиональные знания для решения нестандартных задач, в том числе в новой или незнакомой среде и в междисциплинарном контексте
ПК-2 Понимает и способен применить в научно-исследовательской и прикладной деятельности современный математический аппарат и алгоритмы, основные законы естествознания, современные языки программирования и программное обеспечение; операционные системы и сетевые технологии	ПК-2.1 Знает основы научно-исследовательской деятельности в области информационно-коммуникационных технологий; владеет знанием основ философии и методологии науки; знанием методов научных исследований и навыками их проведения
	ПК-2.2 Имеет практический опыт использования существующих методов и алгоритмов решения задач цифровой обработки сигналов, использования сети Интернет, аннотирования, реферирования, библиографического разыскания и описания, опыт работы с научными источниками
	ПК-2.3 Умеет применять полученные знания в области фундаментальных научных основ теории информации и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности

### 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

- фундаментальные понятия теории вычислительной математики;
- современные проблемы соответствующих разделов вычислительной математики;
- основные свойства соответствующих математических объектов;
- аналитические и численные подходы и методы для решения типовых прикладных задач вычислительной математики и физики.

уметь:

- понять поставленную задачу;
- самостоятельно находить алгоритмы численного решения задач, в том числе и нестандартных, и проводить их анализ;
- оценивать корректность постановок задач;
- самостоятельно видеть следствия полученных результатов;
- точно и полно изложить полученные результаты в устной и письменной форме.

владеть:

- навыками освоения большого объема информации;
- навыками самостоятельной работы и освоения новых дисциплин;
- культурой постановки, анализа и решения математических и прикладных задач, требующих для своего решения использования математических подходов и методов решения гиперболических систем уравнений;
- предметным языком вычислительной математики и навыками грамотного описания решения задач и представления полученных результатов.

#### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

##### 4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Методы с выделением разрывов. Уравнения нестационарной газовой динамики. Их вывод. Особенности решения. Численные методы решения уравнений газовой динамики. Распад разрыва и метод Годунова.	2	2		20
2	Стационарные уравнения газовой динамики и численные методы их решения.	4	4		
3	Уравнения теории мелкой воды. Их вывод и особенности. Численные методы их решения. Распад разрыва и метод Годунова. Методы Куранта-Изаксона-Риса, Лакса-Фридрихса и Роу. Стационарные уравнения теории мелкой воды и численные методы их решения.	6	6		2
4	Уравнения магнитной гидродинамики (МГД).	6	6		2
5	Простейшие модели твердых деформируемых тел и уравнения динамики твердого деформируемого тела (ТДТ).	4	4		2
6	Некоторые особенности численного решения уравнений ТДТ	4	4		2
7	Уравнения динамики тонких оболочек.	4	4		2
Итого часов		30	30		30
Подготовка к экзамену		0 час.			
Общая трудоёмкость		90 час., 2 зач.ед.			

##### 4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 2 (Весенний)

1. Методы с выделением разрывов. Уравнения нестационарной газовой динамики. Их вывод. Особенности решения. Численные методы решения уравнений газовой динамики. Распад разрыва и метод Годунова.

Уравнения нестационарной газовой динамики. Их вывод. Особенности решения. Численные методы решения уравнений газовой динамики. Распад разрыва и метод Годунова.

2. Стационарные уравнения газовой динамики и численные методы их решения.

Методы решения стационарных уравнений и задач газовой динамики.

3. Уравнения теории мелкой воды. Их вывод и особенности. Численные методы их решения. Распад разрыва и метод Годунова. Методы Куранта-Изаксона-Риса, Лакса-Фридрихса и Роу. Стационарные уравнения теории мелкой воды и численные методы их решения.

Вывод и особенности. Численные методы их решения. Распад разрыва и метод Годунова. Методы Куранта-Изаксона-Риса, Лакса-Фридрихса и Роу. Стационарные уравнения теории мелкой воды и численные методы их решения.

4. Уравнения магнитной гидродинамики (МГД).

Численные методы решения уравнений МГД и учет их особенностей,  $\operatorname{div} \mathbf{B}=0$ .

5. Простейшие модели твердых деформируемых тел и уравнения динамики твердого деформируемого тела (ТДТ).

Модели твердых деформируемых тел и уравнения динамики твердого деформируемого тела.

6. Некоторые особенности численного решения уравнений ТДТ

Особенности численного решения уравнений ТДТ и основные разностные схемы.

7. Уравнения динамики тонких оболочек.

Уравнения динамики тонких оболочек.

## **5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Учебная аудитория, оснащенная компьютером и мультимедийным оборудованием (проектор, звуковая система).

## **6. Перечень рекомендуемой литературы**

### **Основная литература**

1. Лекции по теоретической гидродинамике [Текст] : в 2 ч. : учеб. пособие для вузов по направлению "Прикладная математика и физика". Ч. 1 / В. В. Сычев, В. А. Башкин ; М-во образования РФ, Моск. физико-техн. ин-т (гос. ун-т) .— М. : МФТИ, 2003 .— 188 с.
2. Лекции по теоретической гидродинамике [Текст] : в 2 ч. : учеб. пособие для студентов вузов по направлению "Прикладная математика и физика". Ч. 2 / В. В. Сычев, В. А. Башкин ; М-во образования РФ, Моск. физико-техн. ин-т (гос. ун-т) .— М. : МФТИ, 2003 .— 131 с.
3. Лекции об уравнениях с частными производными [Текст] : учебник : доп. М-вом образования СССР / И. Г. Петровский .— М. - Л. : Гостехиздат, 1950 .— 303 с.

### **Дополнительная литература**

**7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

Не используются

**8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

Не предусмотрено.

**9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

Студент, изучающий курс, должен с одной стороны, овладеть общим понятийным аппаратом, а с другой стороны, должен научиться применять теоретические знания на практике.

В результате изучения дисциплины студент должен знать основные определения, понятия и умение применять их на практике.

Успешное освоение курса требует напряжённой самостоятельной работы студента. В программе курса приведено минимально необходимое время для работы студента над темой. Самостоятельная работа включает в себя:

- чтение и конспектирование рекомендованной литературы;
- проработку учебного материала (по учебной и научной литературе), подготовку ответов на вопросы, предназначенных для самостоятельного изучения, доказательство отдельных утверждений, свойств;
- решение задач, предлагаемых студентам на практических занятиях;
- подготовку к практическим занятиям, дифференциальному зачету.

Руководство и контроль за самостоятельной работой студента осуществляется в форме индивидуальных консультаций.

Показателем владения материалом служит умение решать задачи. При решении задач каждое действие необходимо аргументировать, ссылаясь на известные теоретические сведения.

Важно добиться понимания изучаемого материала, а не механического его запоминания. При затруднении изучения отдельных тем, вопросов, следует обращаться за консультациями к лектору или преподавателю, ведущему практические занятия.

**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

**по направлению:** Прикладная математика и информатика  
**профиль подготовки:** Прикладная математика и информатика  
Физтех-школа Прикладной Математики и Информатики  
кафедра анализа систем и решений  
**курс:** 1  
**квалификация:** магистр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 2 (весенний) - Дифференцированный зачет

**Разработчик:** А.Ю. Семенов, канд. физ.-мат. наук, доцент, доцент

## 1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-3 Способен организовывать и руководить работой команды, вырабатывая командную стратегию для достижения поставленной цели	УК-3.1 Организует и координирует работу участников проекта, способствует конструктивному преодолению возникающих разногласий и конфликтов
	УК-3.2 Учитывает в своей социальной и профессиональной деятельности интересы, особенности поведения и мнения (включая критические) людей, с которыми работает/взаимодействует, в том числе посредством корректировки своих действий
	УК-3.3 Способен предвидеть результаты (последствия) как личных, так и коллективных действий
	УК-3.4 Способен планировать командную работу, распределять поручения членам команды, организовать обсуждение разных идей и мнений
ОПК-2 Способен совершенствовать и реализовывать новые математические методы решения прикладных задач	ОПК-2.1 Имеет представление о современном состоянии математических исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ОПК-2.2 Способен оценить актуальность и практическую значимость прикладных математических исследований в своей профессиональной области
	ОПК-2.3 Владеет профессиональной терминологией, используемой в современной научно-технической литературе, обладает навыками устного и письменного изложения результатов научной деятельности в рамках профессиональной коммуникации
ОПК-5 Имеет представление об актуальных проблемах науки и техники в области информатики и вычислительной техники, способен на научном языке формулировать профессиональные задачи	ОПК-5.1 Имеет представление о современном состоянии исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ОПК-5.2 Способен оценивать актуальность исследований в области информатики и вычислительной техники и их практическую значимость
	ОПК-5.3 Владеет профессиональной терминологией, используемой в современной научно-технической литературе, обладает навыками устного и письменного изложения результатов научной деятельности в рамках профессиональной коммуникации
ОПК-6 Способен выбирать и (или) разрабатывать подходы к решению типовых и новых задач в области информатики и вычислительной техники, учитывая особенности и ограничения различных методов решения	ОПК-6.1 Способен анализировать задачу, планировать пути решения, предлагать и комбинировать способы решения
	ОПК-6.2 Способен разрабатывать и модернизировать программное и аппаратное обеспечение информационных и автоматизированных систем
	ОПК-6.3 Способен использовать исследовательские методы при решении новых задач, применяя знания из различных областей науки (техники)
	ОПК-6.4 Владеет аналитическими и вычислительными методами решения, понимает и учитывает на практике границы применимости получаемых решений
	ОПК-6.5 Способен самостоятельно приобретать, развивать и применять математические, естественнонаучные, социально-экономические и профессиональные знания для решения нестандартных задач, в том числе в новой или незнакомой среде и в междисциплинарном контексте



ПК-2 Понимает и способен применить в научно-исследовательской и прикладной деятельности современный математический аппарат и алгоритмы, основные законы естествознания, современные языки программирования и программное обеспечение; операционные системы и сетевые технологии	ПК-2.1 Знает основы научно-исследовательской деятельности в области информационно-коммуникационных технологий владеет знанием основ философии и методологии науки; знанием методов научных исследований и навыками их проведения
	ПК-2.2 Имеет практический опыт использования существующих методов и алгоритмов решения задач цифровой обработки сигналов, использования сети Интернет, аннотирования, реферирования, библиографического разыскания и описания, опыт работы с научными источниками
	ПК-2.3 Умеет применять полученные знания в области фундаментальных научных основ теории информации и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности

## 2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Решение гиперболических систем дифференциальных уравнений» обучающийся должен:

### знать:

- фундаментальные понятия теории вычислительной математики;
- современные проблемы соответствующих разделов вычислительной математики;
- основные свойства соответствующих математических объектов;
- аналитические и численные подходы и методы для решения типовых прикладных задач вычислительной математики и физики.

### уметь:

- понять поставленную задачу;
- самостоятельно находить алгоритмы численного решения задач, в том числе и нестандартных, и проводить их анализ;
- оценивать корректность постановок задач;
- самостоятельно видеть следствия полученных результатов;
- точно и полно изложить полученные результаты в устной и письменной форме.

### владеть:

- навыками освоения большого объема информации;
- навыками самостоятельной работы и освоения новых дисциплин;
- культурой постановки, анализа и решения математических и прикладных задач, требующих для своего решения использования математических подходов и методов решения гиперболических систем уравнений;
- предметным языком вычислительной математики и навыками грамотного описания решения задач и представления полученных результатов.

## 3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

С целью контроля освоения обучающимися учебного материала проводится устный опрос в начале занятия по теме прошлого занятия.

## 4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

1. Студенту вручается конкретная квазилинейная система уравнений из созданной базы данных на несколько десятков различных примеров (каждому студенту дается разная задача) и предлагается проверить ему свои практические навыки по изученной дисциплине, а именно:
  - а) исследовать полученную систему уравнений на гиперболичность;
  - б) найти собственные числа матрицы системы уравнений;
  - с) построить ее собственные вектора;

- d) построить для данной системы уравнений разностную схему Лакса-Фридрихса;
- e) построить для данной системы уравнений разностную схему типа КИР;
- f) изучить корректность постановки граничных условий.

После успешного выполнения первого этапа происходит теоретический опрос по изученному материалу, а именно, задается 2 конкретных теоретических вопроса.

#### Билет 1

1. Системы уравнений гиперболического типа.
2. Характеристическая форма уравнений. Дивергентная форма уравнений, сохранение дивергентной формы при преобразовании независимых переменных. Расширенные системы.

#### Билет 2

1. Простейшее уравнение переноса. Разностные схемы для уравнения переноса в пространстве неопределенных коэффициентов. Условия аппроксимации и устойчивости.
2. Критерии монотонности разностных схем.

#### Билет 3

1. Обобщение разностных схем для уравнения переноса на случай квазилинейной системы уравнений гиперболического типа.
2. Консервативные схемы. Решение сеточных уравнений в случае неявных схем.

#### Билет 4

1. Обобщение разностных схем для квазилинейной системы уравнений гиперболического типа на многомерный случай.
2. Методы расщепления по пространственным переменным в случае канонической области интегрирования.

#### Критерии оценивания

Оценка «отлично (10)» выставляется обучающемуся, если он правильно ответил на два экзаменационных вопроса (один вытягивается в качестве билета, второй задается по усмотрению принимающего экзамен) и решил 7 экзаменационных заданий.

Оценка «отлично (9)» выставляется обучающемуся, если он правильно ответил на один из двух экзаменационных вопросов (один вытягивается в качестве билета, второй задается по усмотрению принимающего экзамен) и решил 7 экзаменационных заданий.

Оценка «отлично (8)» выставляется обучающемуся, если он правильно ответил на один из двух экзаменационных вопросов (один вытягивается в качестве билета, второй задается по усмотрению принимающего экзамен) и решил 6 экзаменационных заданий.

Оценка «хорошо (7)» выставляется обучающемуся, если он правильно ответил на два экзаменационных вопроса (один вытягивается в качестве билета, второй задается по усмотрению принимающего экзамен) и решил 5 экзаменационных заданий (или в случае решения 6 экзаменационных заданий ответил на один вопрос).

Оценка «хорошо (6)» выставляется обучающемуся, если он правильно ответил на два экзаменационных вопроса (один вытягивается в качестве билета, второй задается по усмотрению принимающего экзамен) и решил 4 экзаменационных задания (или в случае решения 5 экзаменационных заданий ответил на один вопрос).

Оценка «хорошо (5)» выставляется обучающемуся, если он правильно ответил на один из двух экзаменационных вопросов (один вытягивается в качестве билета, второй задается по усмотрению принимающего экзамен) и решил 4 экзаменационных задания.

Оценка «удовлетворительно (4)» выставляется обучающемуся, если он правильно ответил на два экзаменационных вопроса (один вытягивается в качестве билета, второй задается по усмотрению принимающего экзамен) и решил 3 экзаменационных задания.

Оценка «удовлетворительно (3)» выставляется обучающемуся, если он правильно ответил на два экзаменационных вопроса (один вытягивается в качестве билета, второй задается по усмотрению принимающего экзамен) и решил 2 экзаменационных задания (или в случае решения 3 экзаменационных заданий ответил на один вопрос).

Оценка «неудовлетворительно (2)» выставляется обучающемуся, если он решил 1 экзаменационное задание.

Оценка «неудовлетворительно (1)» выставляется обучающемуся, если он не решил ни одного экзаменационного задания.

## **5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

При проведении устного дифференцированного зачета обучающемуся предоставляется 45 минут на подготовку. Опрос обучающегося по билету не должен превышать двух астрономических часов. Во время подготовки к ответу на вопрос обучающиеся могут пользоваться справочной литературой.

### 3. Перечень типовых контрольных заданий, используемых для оценки знаний, умений, навыков

Промежуточная аттестация по дисциплине «Решение гиперболических систем

дифференциальных уравнений» осуществляется в форме экзамена. Экзамен проводится в устной форме.

#### Перечень контрольных вопросов для сдачи экзамена

1. Студенту вручается конкретная квазилинейная система уравнений из созданной базы данных на несколько десятков различных примеров (каждому студенту дается разная задача) и предлагается проверить ему свои практические навыки по изученной дисциплине, а именно:
  - a) исследовать полученную систему уравнений на гиперболичность.
  - b) найти собственные числа матрицы системы уравнений.
  - c) построить ее собственные вектора.
  - d) построить для данной системы уравнений разностную схему Лакса-Фридрихса.
  - e) построить для данной системы уравнений разностную схему типа КИР.
  - f) Изучить корректность постановки граничных условий.

После успешного выполнения этого первого этапа происходит теоретический опрос по изученному материалу, а именно, задается 2 конкретных теоретических вопроса.

#### 4. Критерии оценивания

За первый вопрос студент получает от 0 до 4 баллов, за второй и третий – от 0 до 3 баллов за каждое в зависимости от полноты представленного ответа (решения). Количество набранных баллов определяет оценку за экзамен:

Оценка	Набранные баллы
отлично (10)	более 9
отлично (9)	от 8 до 9 включительно
хорошо (8)	от 7 до 8 включительно
хорошо (7)	от 6 до 7 включительно
хорошо (6)	от 5 до 6 включительно
Удовлетворительно (5)	от 4 до 5 включительно
Удовлетворительно (4)	от 3 до 4 включительно
Удовлетворительно (3)	от 2 до 3 включительно
неудовлетворительно (2)	от 1 до 2 включительно
неудовлетворительно (1)	не более 1

## **5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

Во время проведения экзамена обучающиеся могут пользоваться программой дисциплины, а также конспектами лекций, которые рассылались лектором.

Экзамен проводится путем организации специального опроса, проводимого в устной форме.